Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

Mathématiques

Session 2018 • Code sujet : **MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **Selon la spécialité : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. **Départ d'un train à très haute vitesse et aire d'une pièce de gare** (13 questions) — **Page 3**
2. **Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse** (13 questions) — **Page 6**
3. **Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ)** (Synthèse & Q&A Examen) — **Page 10**

Sujet officiel (PDF) : https://btsesf.fr/assets/annales/bts-esf/E2 - Mathématiques/2018/BTS ESF - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf

1. Départ d’un train à très haute vitesse et aire d’une pièce de gare

Un projet de train à propulsion électromagnétique vise à atteindre une vitesse instantanée de 400 km/h en moins de deux minutes, et la distance parcourue est modélisée par une fonction. L’exercice étudie cette fonction par une équation différentielle, son évolution et la vitesse du wagon, puis calcule l’aire d’une pièce dessinée pour une future gare.

A. Résolution d’une équation différentielle

Question 1°. Résoudre sur [0, +∞[l’équation différentielle homogène y' − 0,2y = 0.

On écrit l’équation sous la forme $y' + ay = 0$, avec $a = -0,2$. La formule donnée conduit à $y(t) = ke^{-at}$, où k est une constante réelle.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2°. Vérifier que la fonction g, définie sur [0, 3] par g(t) = −15t − 75, est une solution de l’équation différentielle y' − 0,2y = 3t.

1. $g'(t) = -15$.
2. En remplaçant g et g' dans le membre de gauche : $g'(t) - 0,2g(t) = -15 - 0,2(-15t - 75) = 3t$.

L’équation est vérifiée sur $[0, 3]$.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $g(t) = -15t - 75$ est bien une solution de $y' - 0,2y = 3t$.

Question 3°. Déduire des résultats précédents l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y' − 0,2y = 3t.

La solution générale de l’équation avec second membre est la somme d’une solution particulière, $g(t) = -15t - 75$, et des solutions de l’équation homogène. Elle dépend donc d’une constante réelle k.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y(t) = ke^{0,2t} - 15t - 75$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 4°. Déterminer la fonction f, solution de l’équation différentielle y' − 0,2y = 3t, qui vérifie la condition initiale f(0) = 0.

1. La solution générale donne, à $t = 0$, $f(0) = k - 75$.
2. La condition initiale impose $k - 75 = 0$, donc $k = 75$. On remplace cette constante dans la solution générale.

> **✓ RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 75(e^{0,2t} - 1) - 15t$.

B. Étude de fonction et application

Question 1° a). À partir des expressions fournies pour f et f', résoudre sur [0, 3] l’inéquation f'(t) ≥ 0.

D’après l’expression fournie, $f'(t) = 15(e^{0,2t} - 1)$. Comme $15 > 0$, l’inéquation équivaut à $e^{0,2t} \geq 1$, soit $t \geq 0$. Sur l’intervalle étudié, elle est vérifiée partout.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$f'(t) \geq 0$ pour tout $t \in [0, 3]$.

Question 1° b). Déduire de l'étude précédente les variations de la fonction f sur [0, 3].

La dérivée est nulle en 0 et strictement positive sur $]0, 3]$. La fonction est donc strictement croissante sur $[0, 3]$. Ses valeurs aux bornes sont $f(0) = 0$ et $f(3) = 75(e^{0,6} - 1) - 45 \approx 16,659$.

t	**0**	**3**
Signe de $f'(t)$	0	+
Variation de f	0	↗ $16,659$

✓ RÉPONSE À RETENIR

f croît de 0 à environ $16,659$ sur $[0, 3]$.

Question 2°. Déterminer le nombre de kilomètres parcourus par le wagon au bout d'une minute et arrondir le résultat au dixième.

À une minute, la distance parcourue vaut $f(1) = 75(e^{0,2} - 1) - 15 \approx 1,6052$ km. L'arrondi au dixième donne la distance demandée.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$1,6$ km parcouru en une minute.

Question 3° a). À partir de f'(t), déterminer la vitesse du wagon à t = 2 minutes, en kilomètres par minute, et arrondir le résultat au dixième.

1. La vitesse instantanée est $f'(t) = 15e^{0,2t} - 15$, en kilomètres par minute.
2. À $t = 2$, $f'(2) = 15e^{0,4} - 15 \approx 7,377$. On arrondit au dixième.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$7,4$ km/min.

Question 3° b). Déterminer si l'objectif des ingénieurs est atteint et justifier la réponse au regard de la vitesse visée et du délai fixé.

À deux minutes, la vitesse est d'environ $7,377 \times 60 = 442,6$ km/h. De plus, $f'(0) = 0$ et la dérivée de la vitesse est $f''(t) = 3e^{0,2t} > 0$: la vitesse augmente. Elle franchit donc les 400 km/h avant deux minutes.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Oui, l'objectif est atteint : les 400 km/h sont atteints avant deux minutes.

Question 4°. Choisir parmi les trois propositions l'équation de la tangente à la courbe C au point d'abscisse 2. Recopier la réponse choisie, sans justification.

Avec la formule de la tangente en $t = 2$, on obtient la troisième proposition. C'est la seule équation qui correspond à la pente $f'(2)$ et au point $(2, f(2))$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $y = 15(e^{0,4} - 1)t + 45e^{0,4} - 75.$

C. Calcul intégral

Question 1°. Choisir, parmi les trois propositions, l'aire du rectangle OPQR en unités d'aire : 3, 5,25 ou 6,75. Recopier la réponse choisie, sans justification.

Sur le schéma, le rectangle $OPQR$ s'étend de $x = 0$ à $x = 3$, soit une largeur de 3. Sa hauteur est $2,25$, d'après l'équation du bord supérieur. Son aire est donc $3 \times 2,25 = 6,75$ unités d'aire.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_1 = 6,75$ u. a.

Question 2°. À l'aide de la primitive fournie, calculer l'aire A2 de la région délimitée par la courbe représentative de g, l'axe des abscisses et les droites d'équations x = 0 et x = 3.

Sur $[0, 3]$, $g(x) \geq 0$, donc l'aire demandée est l'intégrale de g. En utilisant la primitive fournie :

$$A_2 = \left[\frac{27}{4}\ln(x^2 + 9)\right]_0^3 = \frac{27}{4}(\ln 18 - \ln 9) = \frac{27}{4}\ln 2.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A_2 = \frac{27}{4}\ln 2 \approx 4,679$ u. a.

Question 3°. Déduire des questions précédentes l'aire hachurée A, en unités d'aire, et arrondir le résultat au millième.

1. Par symétrie, l'aire du rectangle complet vaut $2A_1$, et l'aire sous les deux courbes vaut $2A_2$.
2. L'aire hachurée est donc $A = 2(A_1 - A_2) = 2\left(6,75 - \frac{27}{4}\ln 2\right)$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $A \approx 4,143$ u. a.

2. Obsolescence programmée des smartphones : probabilités et test d'hypothèse

Une association étudie, sur 200 smartphones, l'obsolescence technique et logicielle ainsi que leur éventuelle coexistence. L'exercice modélise ensuite la réparabilité d'un lot de smartphones de modèle A par une loi binomiale, puis teste l'affirmation selon laquelle 55 % des personnes pensent que la marque B pratique l'obsolescence programmée.

A. Probabilités conditionnelles

Question 1°. À partir des données de l'énoncé, compléter le tableau des effectifs selon que les smartphones sont touchés ou non par l'obsolescence technique et logicielle, ainsi que les totaux.

L'obsolescence technique concerne 6 smartphones et l'obsolescence logicielle 16. Parmi les 16 touchés par l'obsolescence logicielle, 2 le sont aussi techniquement.

Smartphones	Touchés par l'obsolescence logicielle	Non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
Touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
Non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

Tableau des effectifs complété

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

✓ RÉPONSE À RETENIR

Tableau complété : 2, 4, 6 ; 14, 180, 194 ; totaux 16, 184 et 200.

Question 2°. Pour les événements T (obsolescence technique) et L (obsolescence logicielle), donner P(T), P(L) et P_L(T), la probabilité de T sachant que L est réalisé.

Les probabilités directement données par l'énoncé sont :

Événement	Probabilité
T	0,03
L	0,08
T sachant L	0,125

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(T) = 0{,}03$; $P(L) = 0{,}08$; $P_L(T) = 0{,}125$.

Question 3° a). Calculer la probabilité P(T ∩ L) qu'un smartphone soit touché par les deux types d'obsolescence.

Par définition, $P(T \cap L) = P(L) \times P_L(T) = 0{,}08 \times 0{,}125 = 0{,}01$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cap L) = 0{,}010$, soit 1 %.

Question 3° b). Calculer la probabilité P(T ∪ L) qu'un smartphone soit touché par au moins l'un des deux types d'obsolescence.

On retire l'intersection, comptée deux fois dans la somme des probabilités :

$$P(T \cup L) = 0{,}03 + 0{,}08 - 0{,}01 = 0{,}10.$$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T \cup L) = 0{,}10$, soit 10 %.

Question 3° c). Calculer P_T(L), la probabilité qu'un smartphone soit touché par l'obsolescence logicielle sachant qu'il est touché par l'obsolescence technique.

La probabilité cherchée est le quotient de la probabilité de l'intersection par celle de T :

$P_T(L) = P(T \cap L) / P(T) = 0{,}01 / 0{,}03 \approx 0{,}333$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P_T(L) \approx 0{,}333$, soit 33,3 %.

B. Loi binomiale

Question 1°. Justifier que la variable aléatoire X, qui compte les smartphones non réparables dans un lot de 50, suit une loi binomiale, puis en déterminer les paramètres.

Les 50 tirages sont assimilés à des tirages avec remise : ils sont indépendants et la probabilité d'obtenir un smartphone non réparable reste égale à 0,045.

X compte le nombre de succès « non réparable » sur 50 tirages. Donc X suit une loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}045$.

Question 2°. Calculer la probabilité que, dans un lot de 50 smartphones, tous soient réparables.

Tous les smartphones sont réparables si $X = 0$. La probabilité correspondante est $(1 - 0{,}045)^{50} = 0{,}955^{50}$.

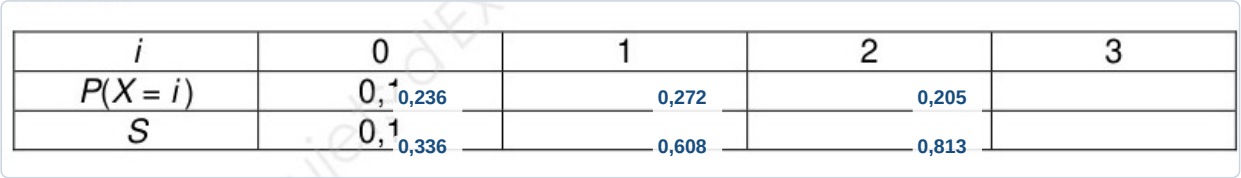
> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(X = 0) \approx 0{,}100$.

Question 3° a). Exécuter à la main l'algorithme et compléter le tableau avec les valeurs de P(X = i) et de S pour i = 0, 1, 2 et 3.

On ajoute successivement chaque probabilité à la somme S. Les valeurs arrondies au millième sont :

i	0	1	2	3
P(X = i)	0,100	0,236	0,272	0,205
S	0,100	0,336	0,608	0,813

Tableau de l'algorithme complété



✓ RÉPONSE À RETENIR

P(X = i) : 0,100 ; 0,236 ; 0,272 ; 0,205. S : 0,100 ; 0,336 ; 0,608 ; 0,813.

Question 3° b). Donner la valeur de S à la fin de l'algorithme et interpréter ce résultat dans le contexte du nombre de smartphones non réparables.

La boucle additionne P(X = 0), P(X = 1), P(X = 2) et P(X = 3). S est donc la probabilité qu'un lot compte au plus trois smartphones non réparables.

✓ RÉPONSE À RETENIR

S ≈ 0,813 : environ 81,3 % des lots comptent au plus trois smartphones non réparables.

Question 4°. Calculer l'espérance de la variable aléatoire X et interpréter le résultat.

Pour une loi binomiale, E(X) = np. Ici, E(X) = 50 × 0,045 = 2,25. C'est le nombre moyen de smartphones non réparables par lot de 50.

✓ RÉPONSE À RETENIR

E(X) = 2,25 smartphones non réparables en moyenne par lot de 50.

C. Test d'hypothèse

Question 1°. Sous l'hypothèse nulle H0, choisir parmi 0,05, 0,06 et 0,07 la valeur approchée de h, arrondie au centième, telle que P(0,55 − h ≤ F ≤ 0,55 + h) = 0,95. Recopier la réponse choisie, sans justification.

L'intervalle central de 95 % correspond à environ 1,96 écart type : h ≈ 1,96 × 0,037 = 0,07252. Arrondi au centième, cela donne 0,07.

✓ RÉPONSE À RETENIR

0,07.

Question 2°. Énoncer la règle de décision du test bilatéral au seuil de signification de 5 % pour H0 : p = 0,55 contre H1 : p ≠ 0,55.

Avec h arrondi à 0,07, l'intervalle de décision est [0,55 − 0,07 ; 0,55 + 0,07] = [0,48 ; 0,62].

On rejette H_0 si la fréquence observée est hors de cet intervalle ; sinon, on ne rejette pas H_0.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Rejeter H_0 si la fréquence est inférieure à 0,48 ou supérieure à 0,62 ; sinon, ne pas la rejeter.

Question 3°. Dans l'échantillon de 180 personnes, 76 déclarent que la marque B pratique l'obsolescence programmée. Tirer la conclusion du test.

La fréquence observée vaut 76 / 180 ≈ 0,422. Elle est inférieure à 0,48, borne basse de l'intervalle de décision.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> On rejette H_0 au seuil de 5 % : la fréquence observée est inférieure à 0,55.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2018)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, session 2018, code MATGRB1, d'une durée de deux heures, avec un coefficient variable selon la spécialité. L'exercice 1 étudie le départ d'un train à très haute vitesse et l'aire d'une pièce de gare. L'exercice 2 porte sur l'obsolescence des smartphones et évalue équations différentielles, fonctions, intégrales, probabilités, loi binomiale et test d'hypothèse.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Les solutions de y' − 0,2y = 0 sont de la forme y(t) = k e^(0,2t).
- La vitesse instantanée correspondant à une distance f(t) est donnée par sa dérivée f'(t).
- Pour une loi binomiale de paramètres n et p, l'espérance est E(X) = np.
- Dans un test bilatéral, comparer la fréquence observée à l'intervalle de décision centré sur la proportion supposée sous H0.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités : distance en kilomètres, temps en minutes et vitesse en kilomètres par minute.
- Pour l'aire hachurée, exploiter la symétrie de la pièce et distinguer l'aire du rectangle de celle sous la courbe.
- En probabilité conditionnelle, identifier l'événement conditionnant avant de choisir la formule.
- Dans l'exercice 2, arrondir à 10^{-3} sauf indication contraire; respecter l'arrondi demandé dans l'exercice 1.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment déterminer la vitesse du wagon à partir de sa distance parcourue ?

La fonction f donne la distance en fonction du temps. Sa dérivée f'(t) représente la vitesse instantanée en kilomètres par minute. Pour la comparer à l'objectif exprimé en kilomètres par heure, convertir la vitesse en multipliant par 60.

Q : Comment reconnaître et paramétrer la loi binomiale dans l'exercice sur les smartphones ?

La situation comporte 50 tirages assimilés à des tirages avec remise, donc indépendants, et une probabilité constante de non-réparabilité égale à 0,045. X compte les smartphones non réparables : elle suit donc une loi binomiale de paramètres n = 50 et p = 0,045.

Q : Combien de temps faut-il consacrer à chaque exercice ?

L'épreuve dure deux heures et chaque exercice vaut 10 points. Aucune durée par partie n'est imposée : répartissez votre temps selon le nombre et la difficulté des questions, puis gardez quelques minutes pour contrôler les calculs, les unités et les arrondis.

Q : Quelles règles de notation particulières sont indiquées pour les QCM ?

Dans les QCM de l'épreuve, une réponse exacte rapporte un point, tandis qu'une réponse fausse ou absente ne rapporte ni ne retire de point. Les questions concernées précisent qu'aucune justification n'est demandée : recopiez clairement une seule proposition.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsesf.fr/assets/annales/bts-esf/E2 - Mathématiques/2018/BTS ESF - E2 - Mathématiques - Session 2018 - 3-Sujet.pdf
Ressources BTS Économie Sociale et Familiale : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.